

Разложение на гармоники

и обратное сложение меандра

Предположим, у нас есть меандр с периодом $T = 1$ сек и амплитудой $A = 1B$ (рис. 1).

Рассчитаем его спектр *или, другими словами, разложим в ряд Фурье, или, другими словами, осуществим преобразование Фурье.*

В спектре меандра присутствуют только нечётные гармоники. Приведём формулы для 1-й, 3-й, 5-й, 7-й, 9-й, 11-й, 13-й, 15-й, 17-й, 19-й и 21-й (желающие могут продолжить, но как будет показано ниже - это делать не имеет смысла).

Гармоника №1

$$\Gamma_1 = \frac{4 \times 1B}{\pi} \times \sin\left(\frac{2\pi}{1\text{сек}} \times t\right)$$

Гармоника №3

$$\Gamma_3 = \frac{4 \times 1B}{3\pi} \times \sin\left(3 \times \frac{2\pi}{1\text{сек}} \times t\right)$$

Гармоника №5

$$\Gamma_5 = \frac{4 \times 1B}{5\pi} \times \sin\left(5 \times \frac{2\pi}{1\text{сек}} \times t\right)$$

Гармоника №7

$$\Gamma_7 = \frac{4 \times 1B}{7\pi} \times \sin\left(7 \times \frac{2\pi}{1\text{сек}} \times t\right)$$

Гармоника №9

$$\Gamma_9 = \frac{4 \times 1B}{9\pi} \times \sin\left(9 \times \frac{2\pi}{1\text{сек}} \times t\right)$$

Гармоника №11

$$\Gamma_{11} = \frac{4 \times 1B}{11\pi} \times \sin\left(11 \times \frac{2\pi}{1\text{сек}} \times t\right)$$

Гармоника №13

$$\Gamma_{13} = \frac{4 \times 1B}{13\pi} \times \sin \left(13 \times \frac{2\pi}{1\text{сек}} \times t \right)$$

Гармоника №15

$$\Gamma_{15} = \frac{4 \times 1B}{15\pi} \times \sin \left(15 \times \frac{2\pi}{1\text{сек}} \times t \right)$$

Гармоника №17

$$\Gamma_{17} = \frac{4 \times 1B}{17\pi} \times \sin \left(17 \times \frac{2\pi}{1\text{сек}} \times t \right)$$

Гармоника №19

$$\Gamma_{19} = \frac{4 \times 1B}{19\pi} \times \sin \left(19 \times \frac{2\pi}{1\text{сек}} \times t \right)$$

Гармоника №21

$$\Gamma_{21} = \frac{4 \times 1B}{21\pi} \times \sin \left(21 \times \frac{2\pi}{1\text{сек}} \times t \right)$$

Рассчитываем эти гармоники на отрезке текущего времени от нуля до **2.5 сек** ($2.5 \times T$ - на таком отрезке получается наиболее наглядно) с шагом 0.01 от периода самой высокочастотной гармоники - 21-й, т.е. $0.01 \times (T/21) \approx 0.0005 \text{ сек}$. Результаты расчётов записываем в Таблицу 1.

Примечание. *Одинаковые значения в первых нескольких колонках - это не ошибка, так как мы выбрали очень мелкий шаг перестройки по t. При таком шаге – в районе нуля - различия между гармониками очень малы - где-то в 6-м, 7-м, 8-м и более знаках после запятой, а у нас в таблице указаны только 4-ре.*

Для наглядности, изобразим эти гармоники в частотной области (рис. 2), а потом начинаем рисовать картинку во временной области (рис. 3).

- **Рис. 3а** - 1-я гармоника (Γ_1);
- **Рис. 3б** - сумма 1-й и 3-й гармоник ($\Gamma_1 + \Gamma_3$);
- **Рис. 3в** - сумма 1-й, 3-й и 5-й гармоник ($\Gamma_1 + \Gamma_3 + \Gamma_5$);
- **Рис. 3г** - сумма 1-й, 3-й, 5-й и 7-й гармоник ($\Gamma_1 + \Gamma_3 + \Gamma_5 + \Gamma_7$);
- **Рис. 3д** - сумма 1-й, 3-й, 5-й, 7-й и 9-й гармоник ($\Gamma_1 + \Gamma_3 + \Gamma_5 + \Gamma_7 + \Gamma_9$);
- **Рис. 3е** - сумма 1-й, 3-й, 5-й, 7-й, 9-й и 11-й гармоник ($\Gamma_1 + \Gamma_3 + \Gamma_5 + \Gamma_7 + \Gamma_9 + \Gamma_{11}$);
- **Рис. 3ж** - сумма 1-й, 3-й, 5-й, 7-й, 9-й, 11-й и 13-й гармоник ($\Gamma_1 + \Gamma_3 + \Gamma_5 + \Gamma_7 + \Gamma_9 + \Gamma_{11} + \Gamma_{13}$);
- **Рис. 3з** - сумма 1-й, 3-й, 5-й, 7-й, 9-й, 11-й, 13-й и 15-й гармоник ($\Gamma_1 + \Gamma_3 + \Gamma_5 + \Gamma_7 + \Gamma_9 + \Gamma_{11} + \Gamma_{13} + \Gamma_{15}$);
- **Рис. 3и** - сумма 1-й, 3-й, 5-й, 7-й, 9-й, 11-й, 13-й, 15-й и 17-й гармоник ($\Gamma_1 + \Gamma_3 + \Gamma_5 + \Gamma_7 + \Gamma_9 + \Gamma_{11} + \Gamma_{13} + \Gamma_{15} + \Gamma_{17}$);
- **Рис. 3к** - сумма 1-й, 3-й, 5-й, 7-й, 9-й, 11-й, 13-й, 15-й, 17-й и 19-й гармоник ($\Gamma_1 + \Gamma_3 + \Gamma_5 + \Gamma_7 + \Gamma_9 + \Gamma_{11} + \Gamma_{13} + \Gamma_{15} + \Gamma_{17} + \Gamma_{19}$);
- **Рис. 3л** - сумма 1-й, 3-й, 5-й, 7-й, 9-й, 11-й, 13-й, 15-й, 17-й, 19-й и 21-й гармоник ($\Gamma_1 + \Gamma_3 + \Gamma_5 + \Gamma_7 + \Gamma_9 + \Gamma_{11} + \Gamma_{13} + \Gamma_{15} + \Gamma_{17} + \Gamma_{19} + \Gamma_{21}$).

Рекомендуемое задание: разложить в спектр, а потом ”собрать” обратно меандр с периодом $T = 1\ 000\ 000$ Гц (1 МГц) и амплитудой 2 В.

Расчёт гармоник вести по формуле (по ней я и рассчитывал эти 19 гармоник)

$$\Gamma_N = \frac{4 \times A}{N\pi} \times \sin \left(N \times \frac{2\pi}{T} \times t \right),$$

Где \underline{N} - номер гармоники (могут быть только нечётные: 1, 3, 5 ... 19, 21 ...);

\underline{A} - амплитуда меандра в Вольтах;

\underline{T} - период меандра в секундах;

\underline{t} - текущее время в секундах (интервал и шаг определить по приведённой выше методике - 2.5 периода меандра и 1/100 от периода самой высокочастотной гармоники);

$\underline{\pi}$ под знаком синус - 3.1415926 радиан (или 180° - кому как удобней);

$\underline{\pi}$ не под знаком синус - просто число 3.1415926 (безразмерное).

Успехов!

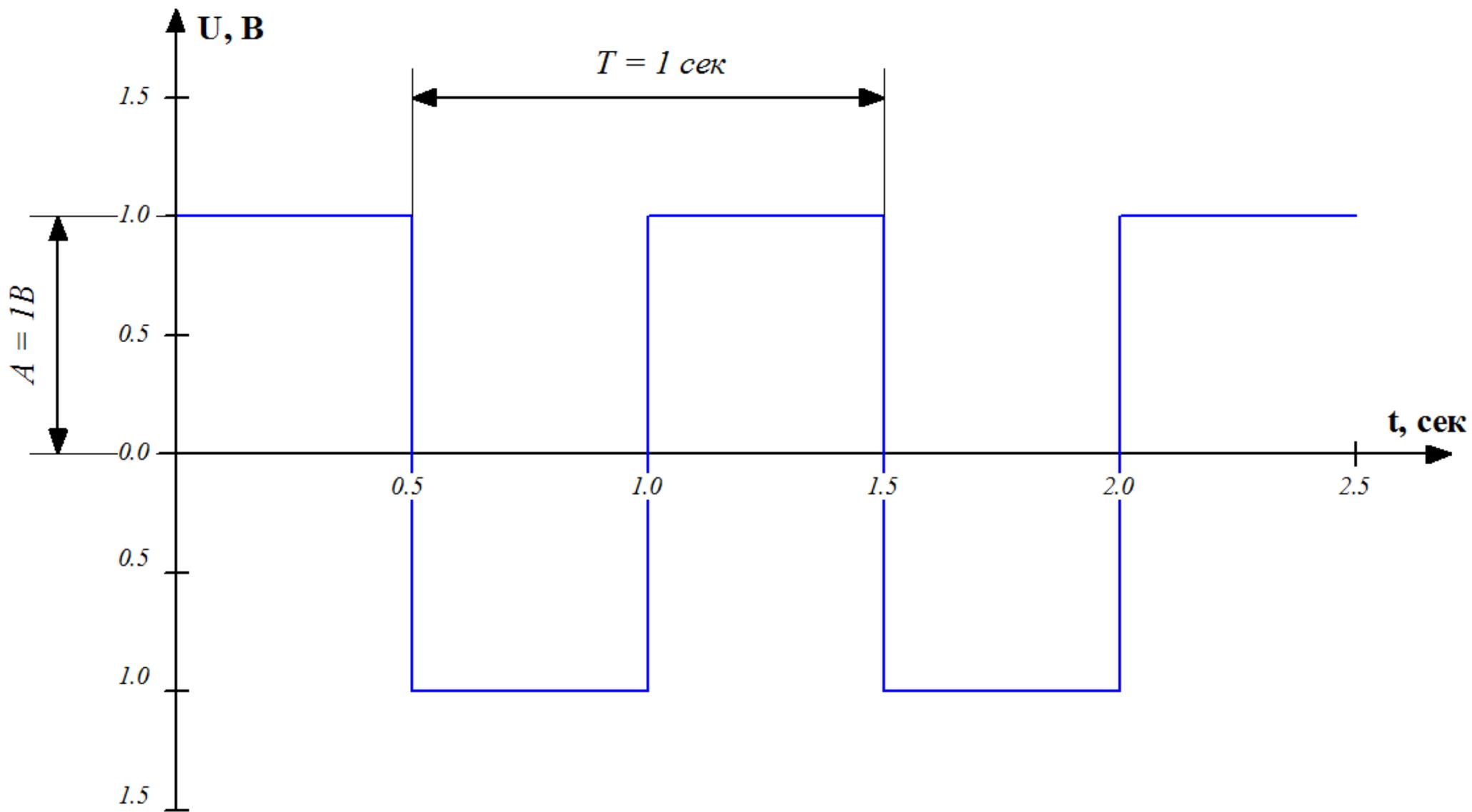


Рис. 1. Меандр во временной области

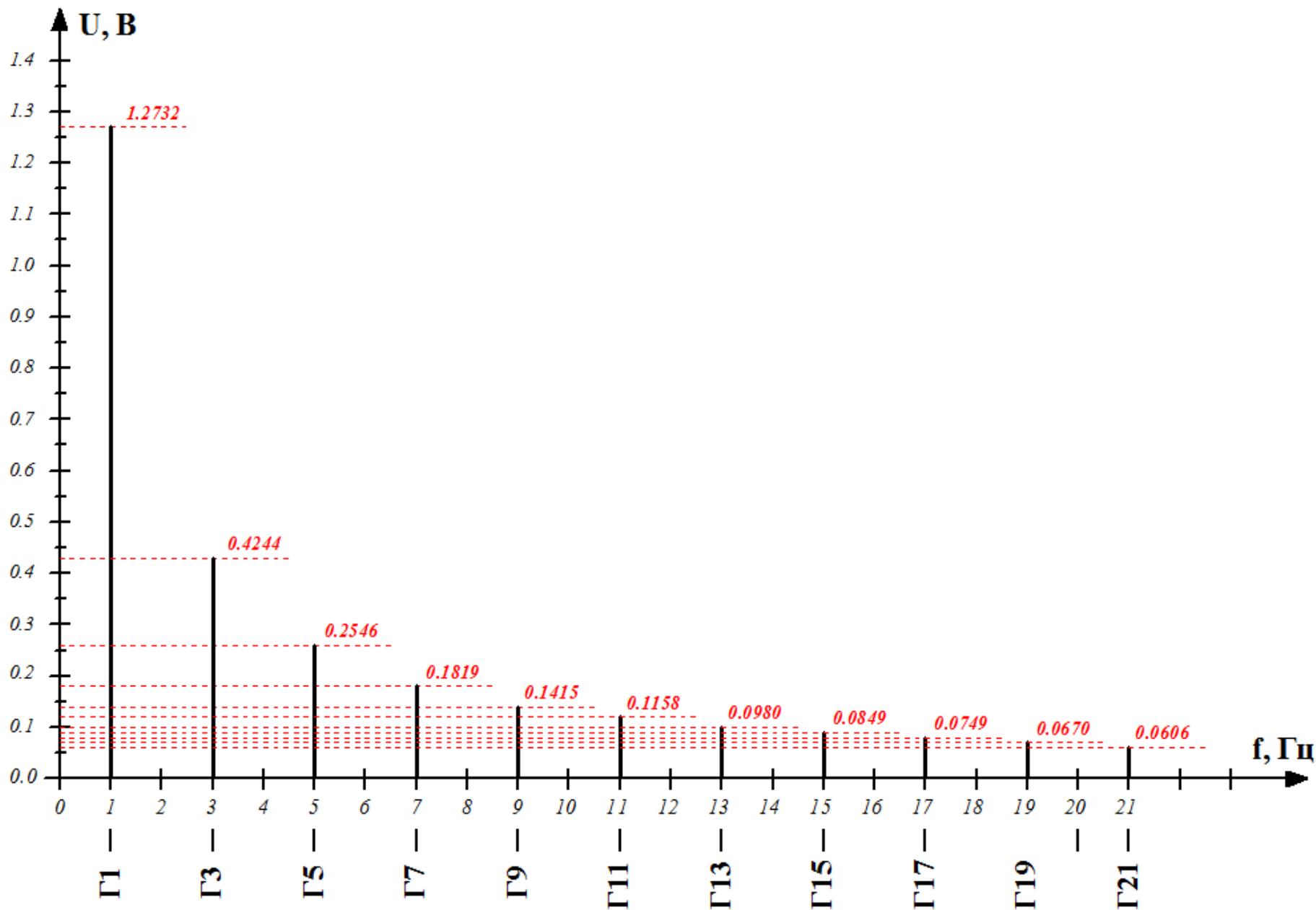
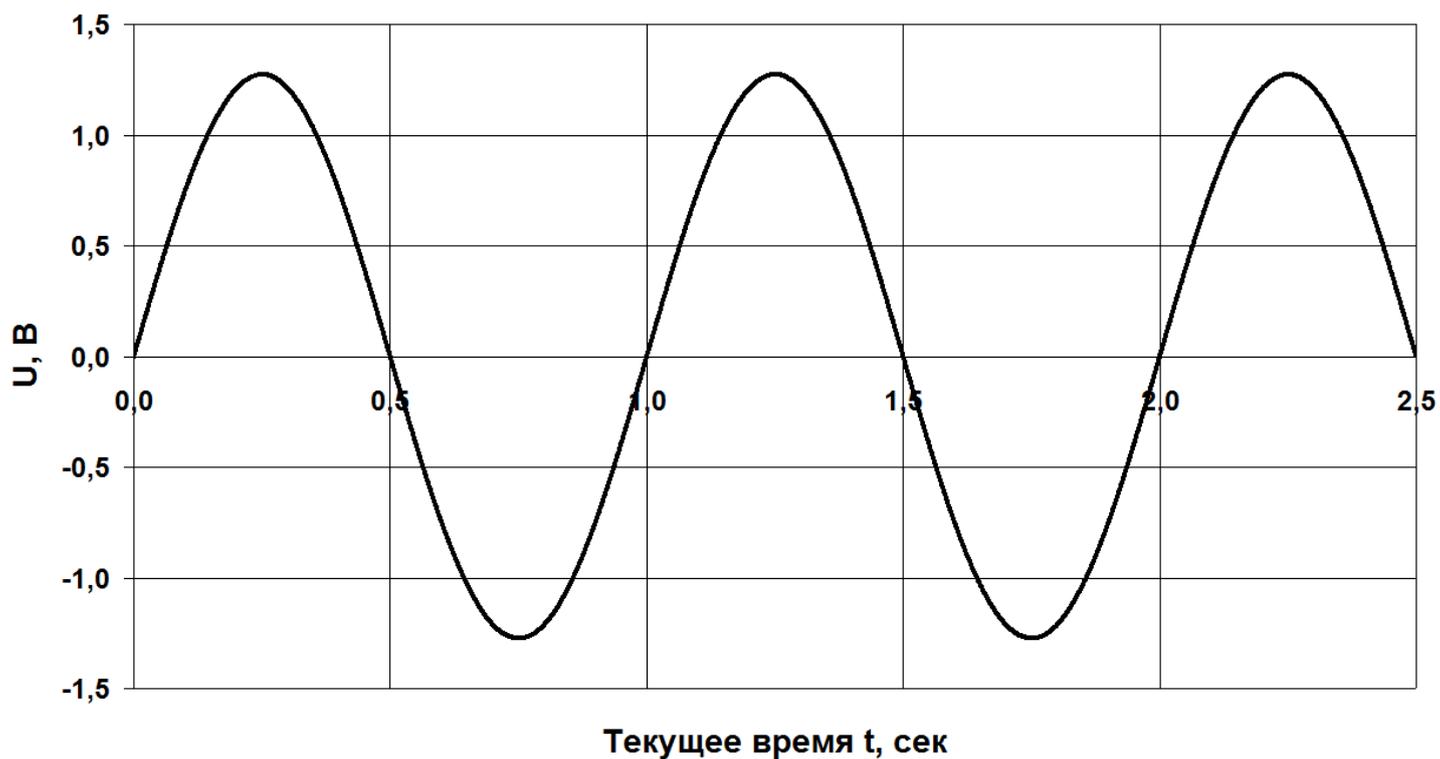
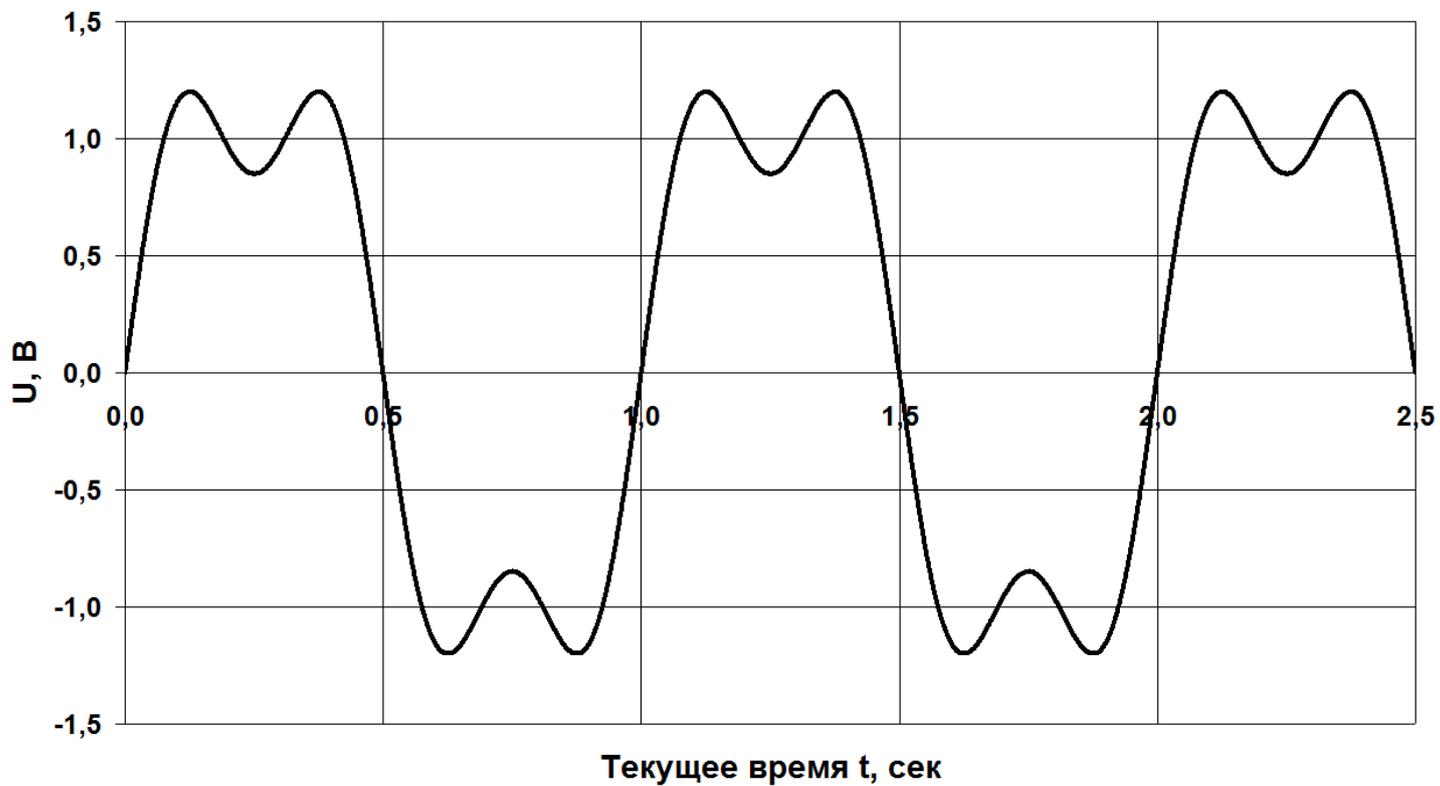


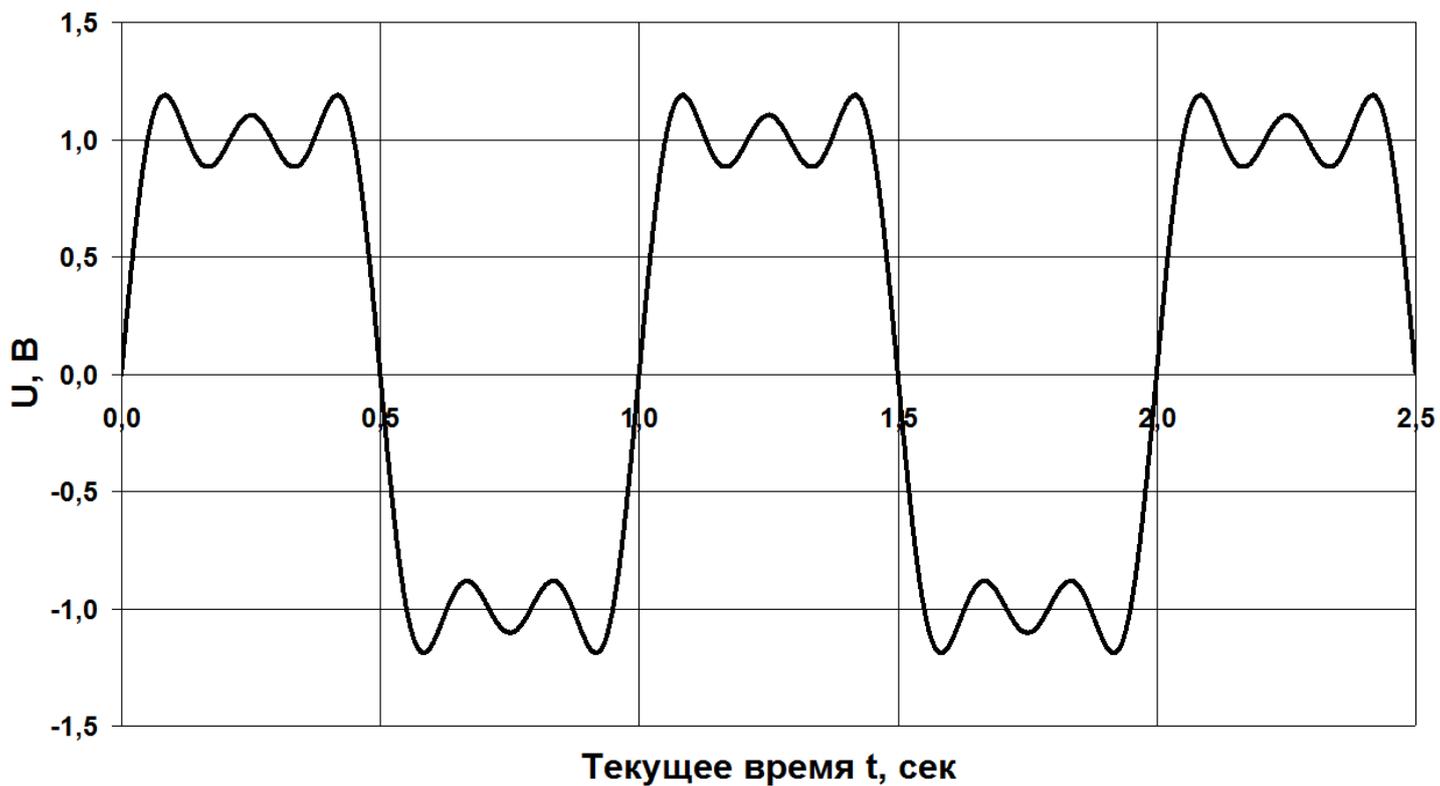
Рис. 2. Спектр меандра (по 19-ю гармонику включительно)



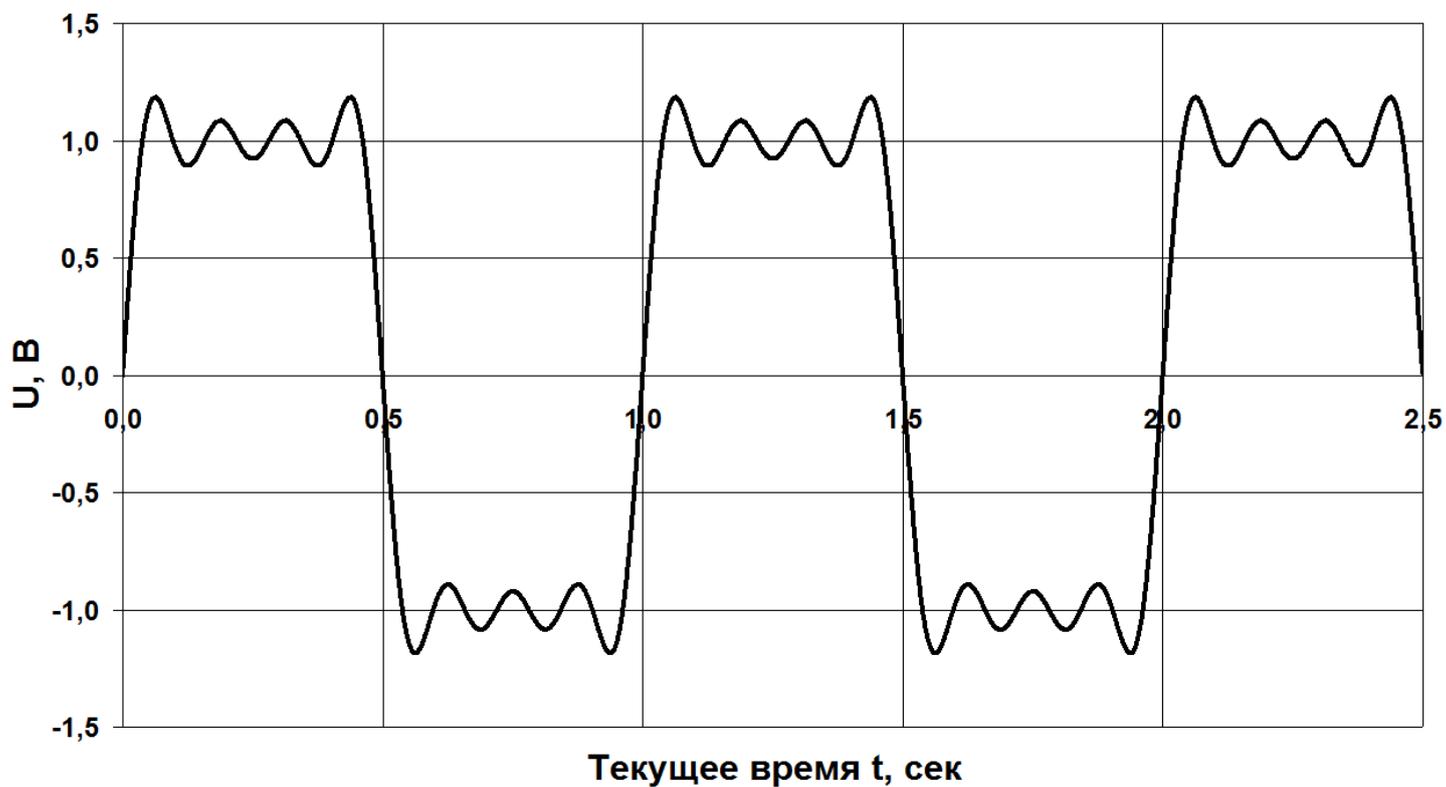
a) Г1



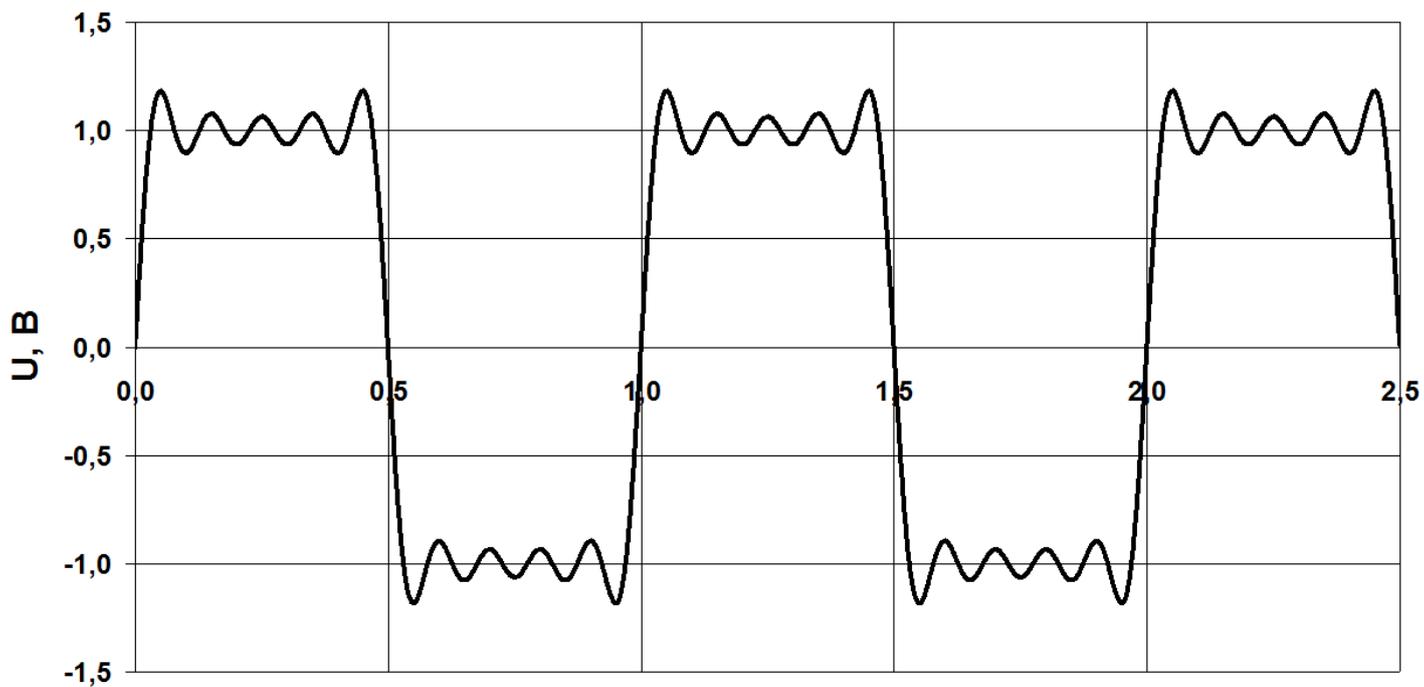
б) Г1 + Г3



в) $\Gamma 1 + \Gamma 3 + \Gamma 5$

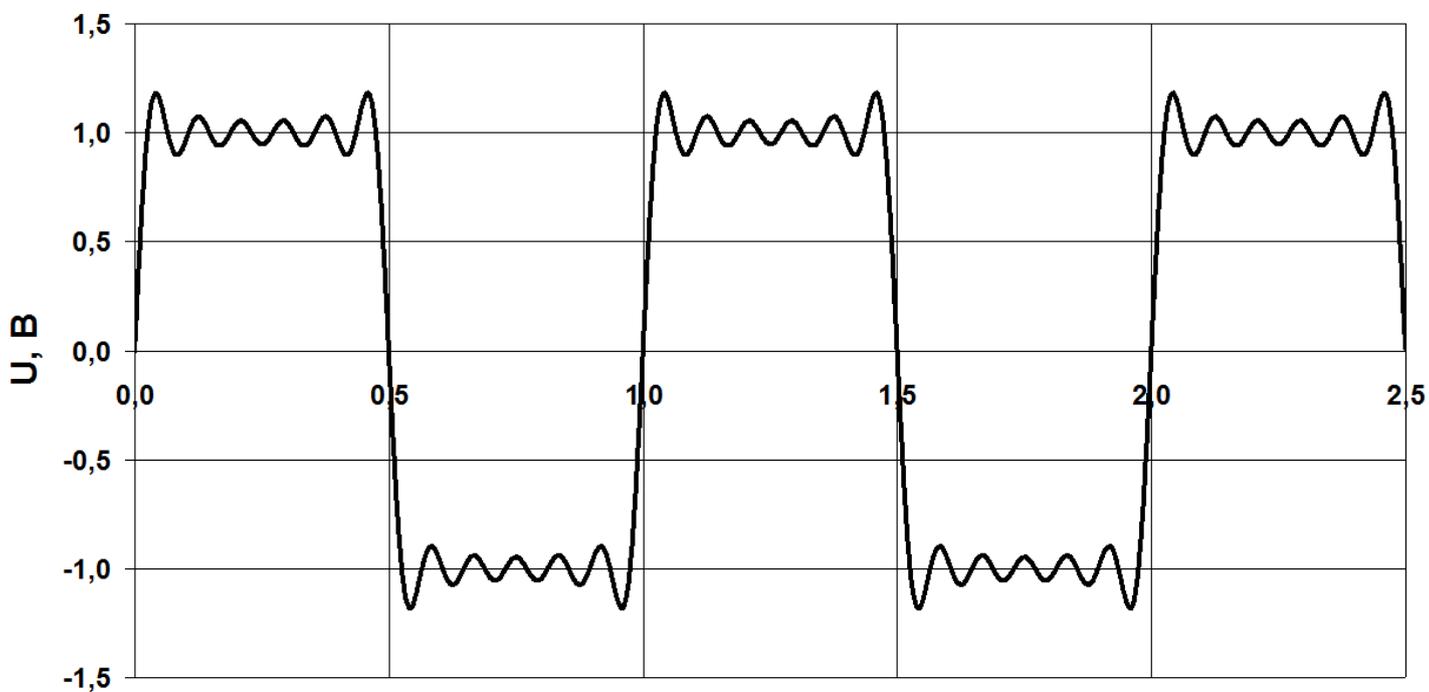


г) $\Gamma 1 + \Gamma 3 + \Gamma 5 + \Gamma 7$



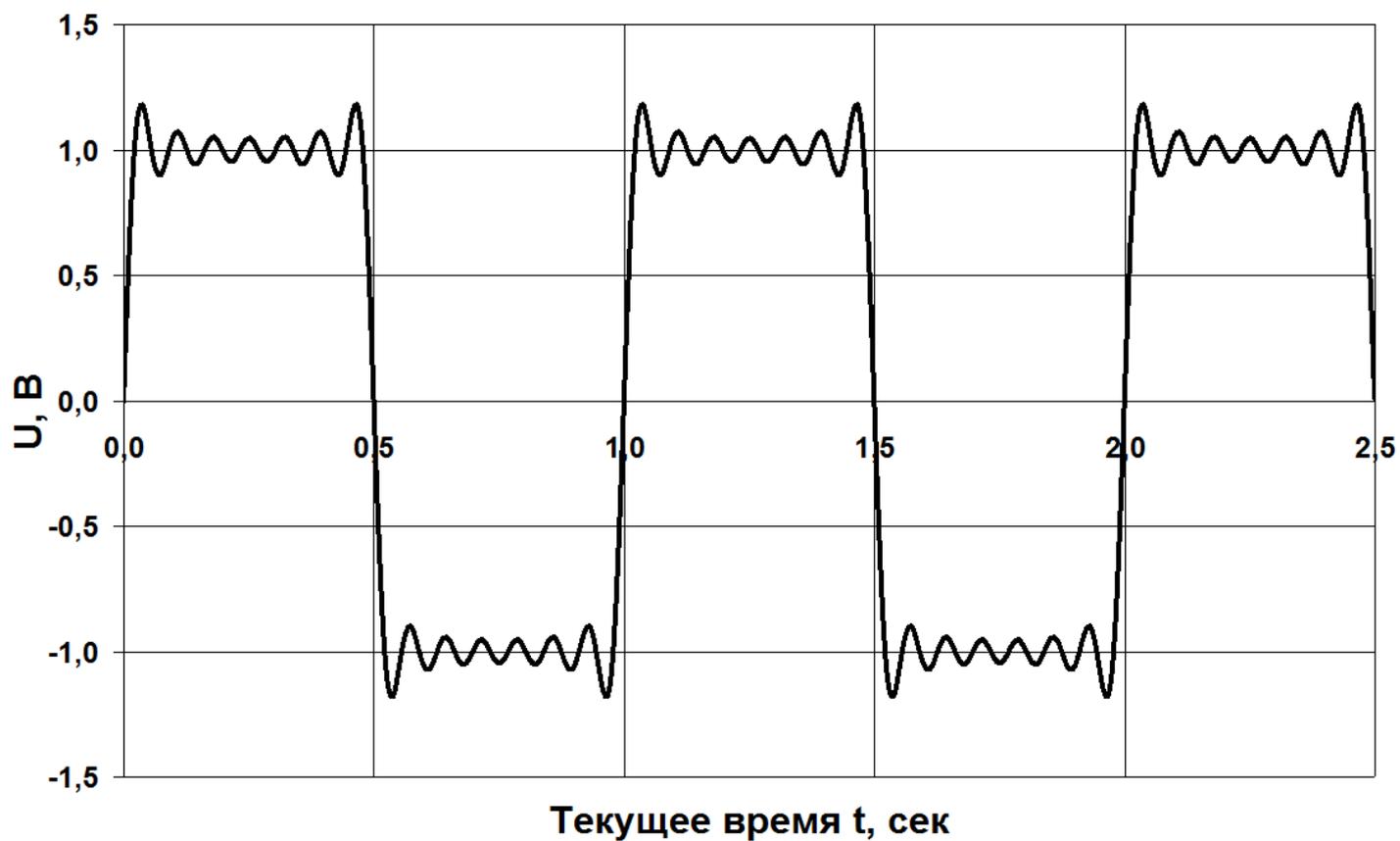
Текущее время t , сек

d) $\Gamma 1 + \Gamma 3 + \Gamma 5 + \Gamma 7 + \Gamma 9$

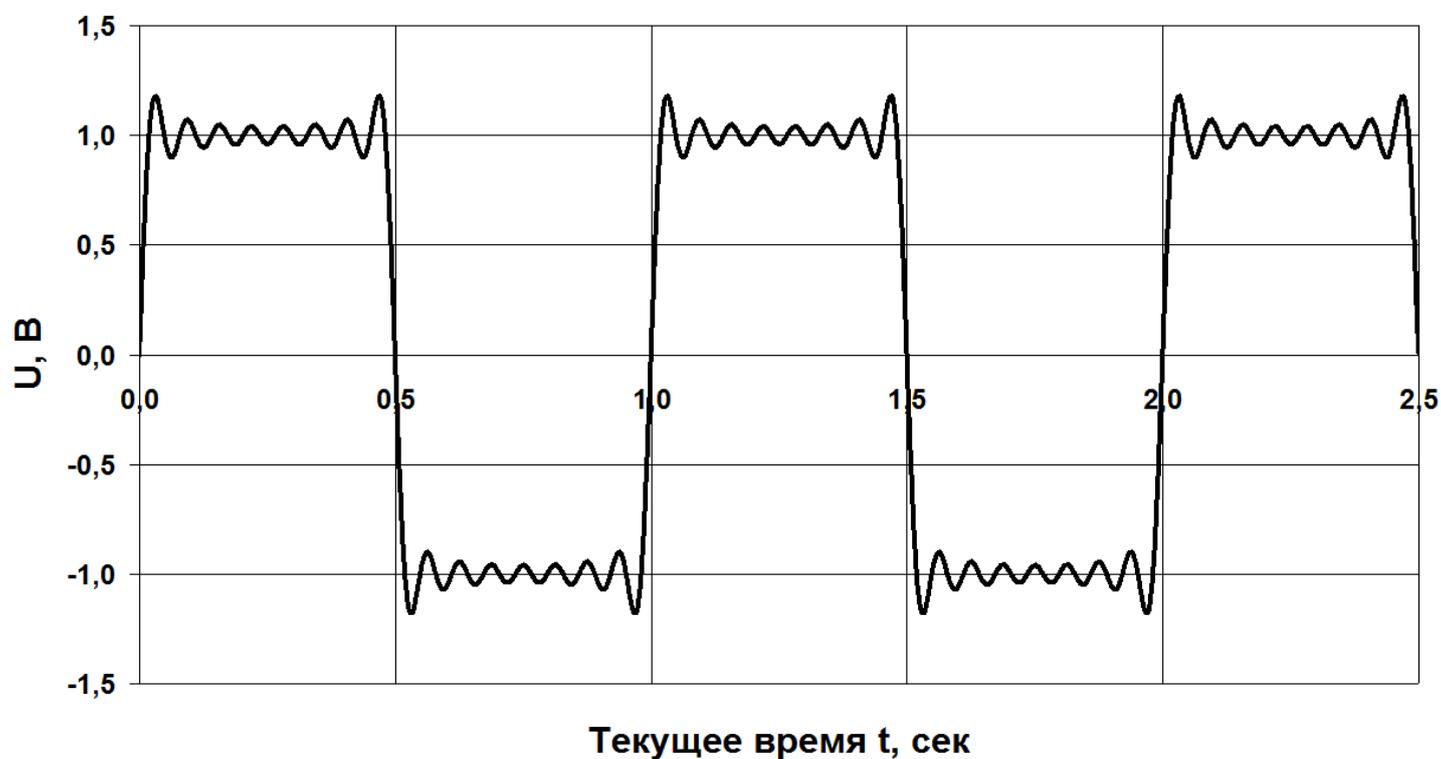


Текущее время t , сек

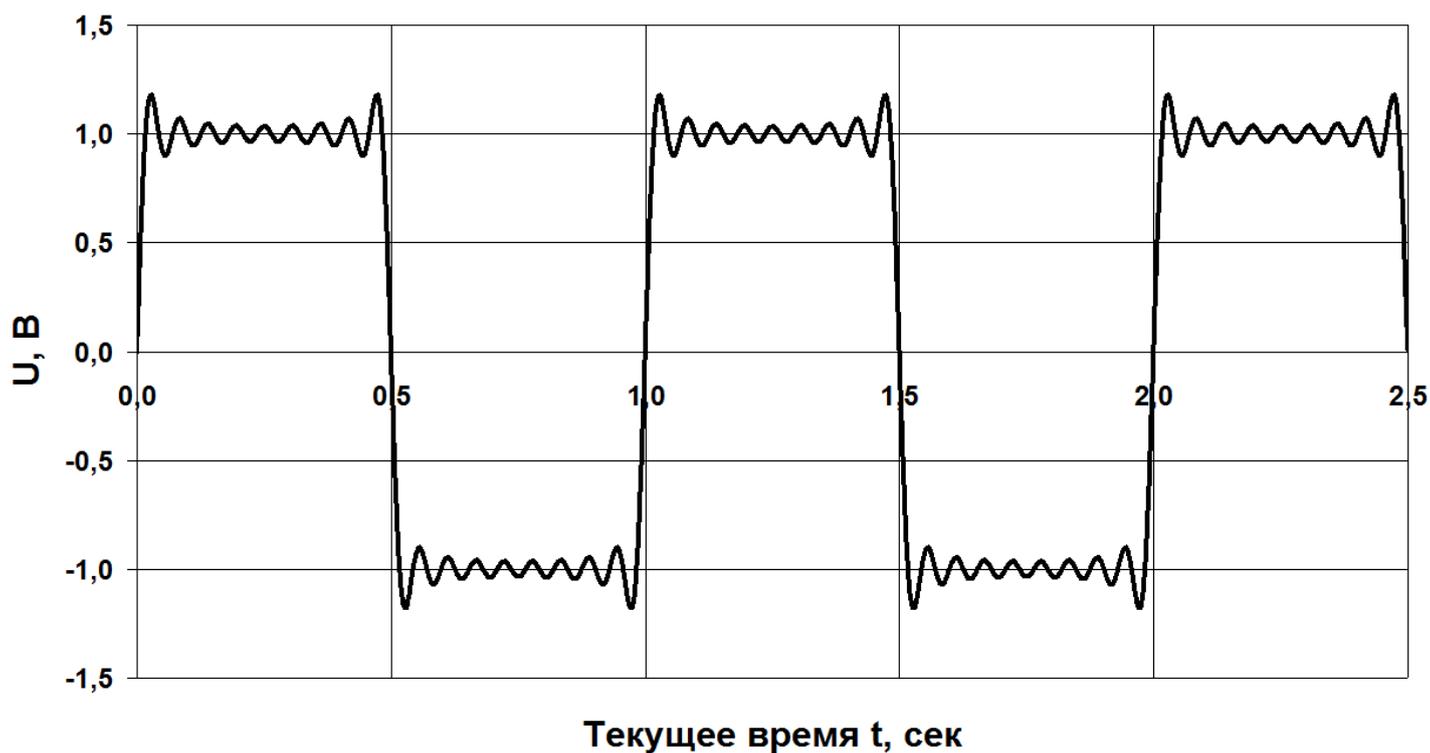
e) $\Gamma 1 + \Gamma 3 + \Gamma 5 + \Gamma 7 + \Gamma 9 + \Gamma 11$



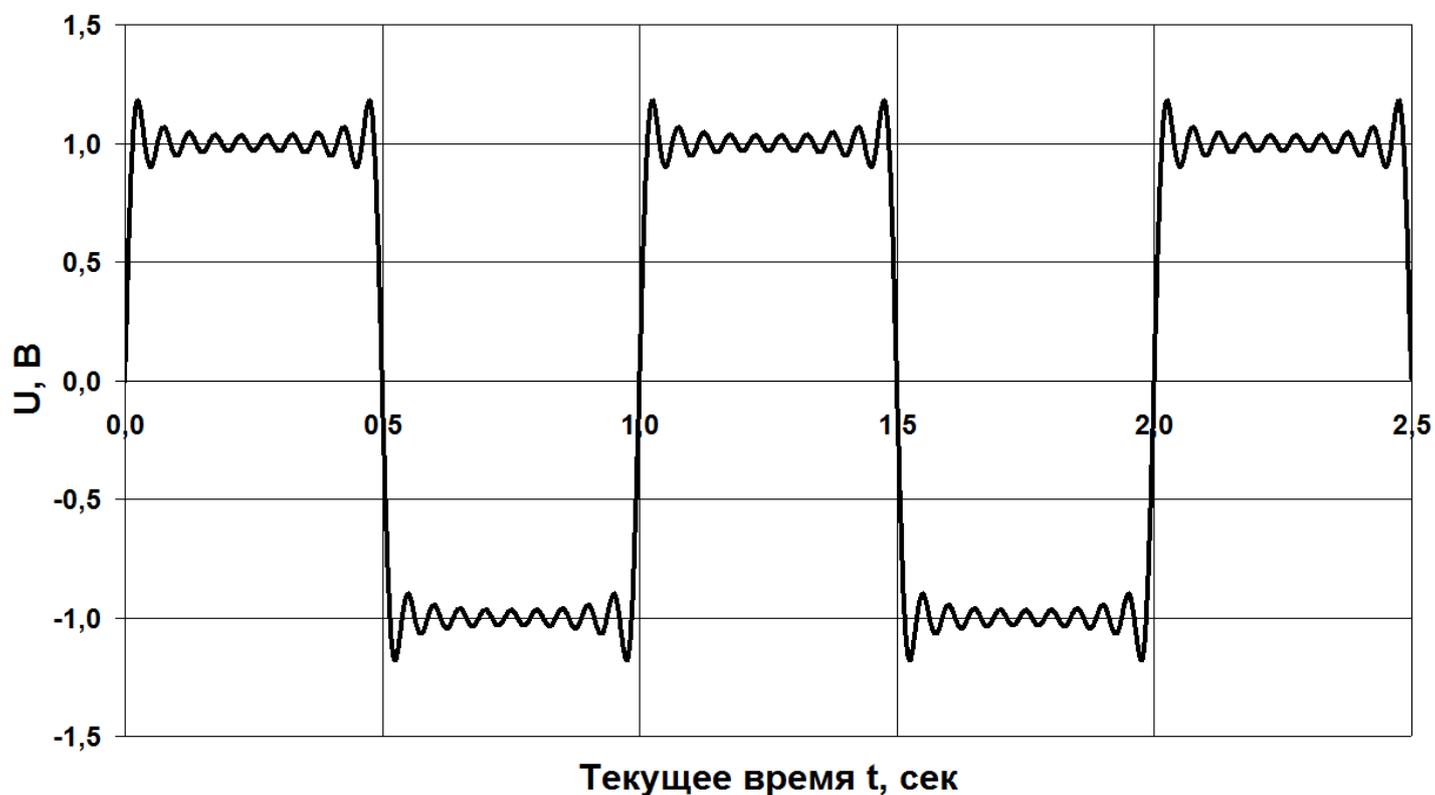
ж) $\Gamma 1 + \Gamma 3 + \Gamma 5 + \Gamma 7 + \Gamma 9 + \Gamma 11 + \Gamma 13$



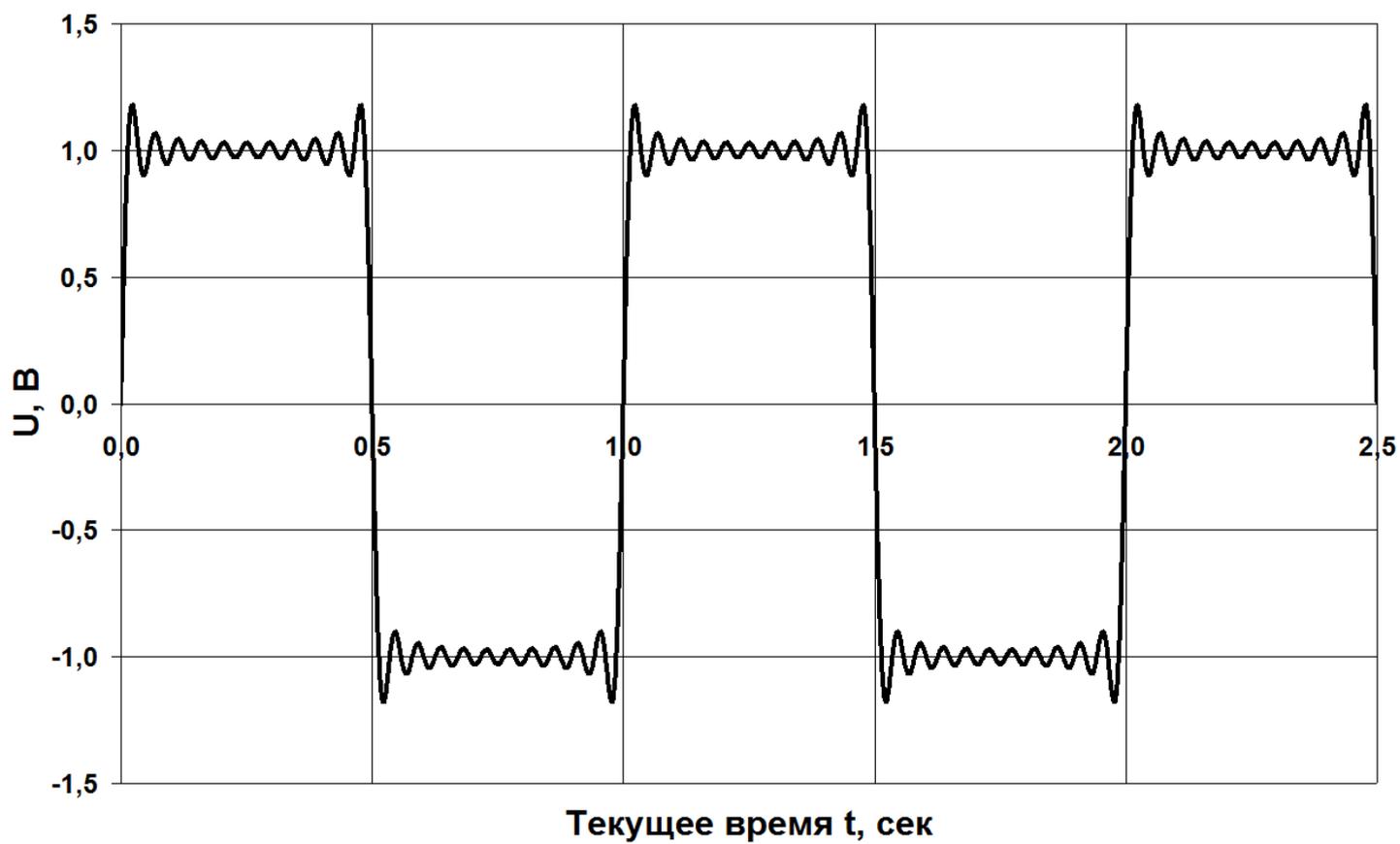
з) $\Gamma 1 + \Gamma 3 + \Gamma 5 + \Gamma 7 + \Gamma 9 + \Gamma 11 + \Gamma 13 + \Gamma 15$



и) $\Gamma 1 + \Gamma 3 + \Gamma 5 + \Gamma 7 + \Gamma 9 + \Gamma 11 + \Gamma 13 + \Gamma 15 + \Gamma 17$



к) $\Gamma 1 + \Gamma 3 + \Gamma 5 + \Gamma 7 + \Gamma 9 + \Gamma 11 + \Gamma 13 + \Gamma 15 + \Gamma 17 + \Gamma 19$



л) $\Gamma_1 + \Gamma_3 + \Gamma_5 + \Gamma_7 + \Gamma_9 + \Gamma_{11} + \Gamma_{13} + \Gamma_{15} + \Gamma_{17} + \Gamma_{19} + \Gamma_{21}$

Рис. 3 Результаты сложение гармоник спектра меандра